第15講　空間図形とベクトル

PART1　位置ベクトル

例題

四面体ABCDにおいて，$\overrightarrow{AB}=\vec{b}$，$\overrightarrow{AC}=\vec{c}$，$\overrightarrow{AD}=\vec{d}$ とする。辺ADの中点をM，辺CDを1：3に内分する点をN，△ABC の重心をGとするとき，次のベクトルを $\vec{b}$，$\vec{c}$，$\vec{d}$ を用いて表せ。

(1)　$\overrightarrow{MN}$　　(2)　$\overrightarrow{NG}$

Point Pickup

練習

四面体 OABC において，$\overrightarrow{\mathrm{OA}}=\vec{a}$，$\overrightarrow{\mathrm{OB}}=\vec{b}$，$\overrightarrow{\mathrm{OC}}=\vec{c}$ とする。辺 OA を 2：1 に内分する点を P，辺 BC の中点を Q，△ABC の重心を G とするとき，次のベクトルを $\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$ を用いて表せ。

(1) $\overrightarrow{\mathrm{PQ}}$

(2) $\overrightarrow{\mathrm{GQ}}$

第15講　PART1 確認問題

四面体 ABCD において，$\overrightarrow{\mathrm{AB}}=\vec{b}$，$\overrightarrow{\mathrm{AC}}=\vec{c}$，$\overrightarrow{\mathrm{AD}}=\vec{d}$ とする。
辺 AB の中点を M，辺 CD を 2：1 に内分する点を N，△BCD の重心を G とするとき，次のベクトルを $\vec{b}$，$\vec{c}$，$\vec{d}$ を用いて表せ。

1 $\overrightarrow{\mathrm{MN}}=-\dfrac{\boxed{ア}}{\boxed{イ}}\vec{b}+\dfrac{\boxed{ウ}}{\boxed{エ}}\vec{c}+\dfrac{\boxed{オ}}{\boxed{カ}}\vec{d}$

2 $\overrightarrow{\mathrm{GM}}=\dfrac{\boxed{キ}}{\boxed{ク}}\vec{b}-\dfrac{\boxed{ケ}}{\boxed{コ}}\vec{c}-\dfrac{\boxed{サ}}{\boxed{シ}}\vec{d}$

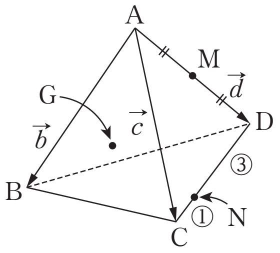
第 15 講　空間図形とベクトル

PART1　位置ベクトル

例題

四面体 ABCD において，$\overrightarrow{AB}=\vec{b}$，$\overrightarrow{AC}=\vec{c}$，$\overrightarrow{AD}=\vec{d}$ とする。辺 AD の中点を M，辺 CD を 1：3 に内分する点を N，△ABC の重心を G とするとき，次のベクトルを $\vec{b}$，$\vec{c}$，$\vec{d}$ を用いて表せ。

(1) $\overrightarrow{MN}$　　(2) $\overrightarrow{NG}$



$\overrightarrow{AM}=\frac{1}{2}\vec{d}$

$\overrightarrow{AN}=\frac{3\vec{c}+\vec{d}}{1+3}=\frac{3}{4}\vec{c}+\frac{1}{4}\vec{d}$

$\overrightarrow{AG}=\frac{\vec{b}+\vec{c}}{3}=\frac{1}{3}\vec{b}+\frac{1}{3}\vec{c}$

(1) $\overrightarrow{MN}=\overrightarrow{AN}-\overrightarrow{AM}=\left(\frac{3}{4}\vec{c}+\frac{1}{4}\vec{d}\right)-\frac{1}{2}\vec{d}$

$=\frac{3}{4}\vec{c}-\frac{1}{4}\vec{d}$

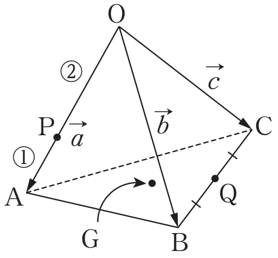
(2) $\overrightarrow{NG}=\overrightarrow{AG}-\overrightarrow{AN}=\left(\frac{1}{3}\vec{b}+\frac{1}{3}\vec{c}\right)-\left(\frac{3}{4}\vec{c}+\frac{1}{4}\vec{d}\right)$

$=\frac{1}{3}\vec{b}-\frac{5}{12}\vec{c}-\frac{1}{4}\vec{d}$

練習

四面体OABCにおいて，$\overrightarrow{OA}=\vec{a}$，$\overrightarrow{OB}=\vec{b}$，$\overrightarrow{OC}=\vec{c}$ とする。辺OAを2：1に内分する点をP，辺BCの中点をQ，△ABC の重心をGとするとき，次のベクトルを $\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$ を用いて表せ。

(1)　$\overrightarrow{PQ}$　　　(2)　$\overrightarrow{GQ}$



$$\overrightarrow{OP}=\frac{2}{3}\vec{a}$$

$$\overrightarrow{OQ}=\frac{\vec{b}+\vec{c}}{2}=\frac{1}{2}\vec{b}+\frac{1}{2}\vec{c}$$

$$\overrightarrow{OG}=\frac{\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}}{3}=\frac{1}{3}\vec{a}+\frac{1}{3}\vec{b}+\frac{1}{3}\vec{c}$$

(1)　$\overrightarrow{PQ}=\overrightarrow{OQ}-\overrightarrow{OP}=\left(\frac{1}{2}\vec{b}+\frac{1}{2}\vec{c}\right)-\frac{2}{3}\vec{a}$

$$=-\frac{2}{3}\vec{a}+\frac{1}{2}\vec{b}+\frac{1}{2}\vec{c}$$

(2)　$\overrightarrow{GQ}=\overrightarrow{OQ}-\overrightarrow{OG}=\left(\frac{1}{2}\vec{b}+\frac{1}{2}\vec{c}\right)-\left(\frac{1}{3}\vec{a}+\frac{1}{3}\vec{b}+\frac{1}{3}\vec{c}\right)$

$$=-\frac{1}{3}\vec{a}+\frac{1}{6}\vec{b}+\frac{1}{6}\vec{c}$$

第15講 PART1 確認問題 解答

1

[正解] ア：1，イ：2，ウ：1，エ：3，オ：2，カ：3

[解説]

$$\overrightarrow{\mathrm{AM}}=\frac{1}{2}\overrightarrow{\mathrm{AB}}=\frac{1}{2}\vec{b}$$

$$\overrightarrow{\mathrm{AN}}=\frac{1\times\overrightarrow{\mathrm{AC}}+2\times\overrightarrow{\mathrm{AD}}}{2+1}$$ [A]

$$=\frac{1}{3}\vec{c}+\frac{2}{3}\vec{d}$$

$$\overrightarrow{\mathrm{MN}}=\overrightarrow{\mathrm{AN}}-\overrightarrow{\mathrm{AM}}$$ [B]

$$=\left(\frac{1}{3}\vec{c}+\frac{2}{3}\vec{d}\right)-\frac{1}{2}\vec{b}$$

$$=-\frac{1}{2}\vec{b}+\frac{1}{3}\vec{c}+\frac{2}{3}\vec{d}$$

[A]　2点 $\mathrm{A}(\vec{a})$，$\mathrm{B}(\vec{b})$ に対し，線分 AB を $m:n$ に内分する点 P の位置ベクトル $\vec{p}$ は，

$$\vec{p}=\frac{n\vec{a}+m\vec{b}}{m+n}$$

[B]　$\overrightarrow{\mathrm{MN}}$ を $\overrightarrow{\mathrm{AM}}$，$\overrightarrow{\mathrm{AN}}$ を用いて表す。

2

[正解] キ：1，ク：6，ケ：1，コ：3，サ：1，シ：3

[解説]

$$\overrightarrow{\mathrm{AG}}=\frac{\vec{b}+\vec{c}+\vec{d}}{3}$$ [C]

$$\overrightarrow{\mathrm{GM}}=\overrightarrow{\mathrm{AM}}-\overrightarrow{\mathrm{AG}}$$

$$=\frac{1}{2}\vec{b}-\frac{\vec{b}+\vec{c}+\vec{d}}{3}$$

$$=\frac{1}{6}\vec{b}-\frac{1}{3}\vec{c}-\frac{1}{3}\vec{d}$$

[C]　3点 $\mathrm{A}(\vec{a})$，$\mathrm{B}(\vec{b})$，$\mathrm{C}(\vec{c})$ に対し，△ABC の重心 G の位置ベクトル $\vec{g}$ は，

$$\vec{g}=\frac{\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}}{3}$$